УДК 372.851 ***Георгий Скороход***

РЕШЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ КАК БАЗА ДЛЯ РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ И УМЕНИЯ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ

Цель статьи – акцентировать внимание педагогов на том, что решение логических задач интересно и доступно большинству учащихся, оно позволяет обучать общим типам задач и общим методам решения задач.

В статье разобраны решения 10 логических задач, для решения которых применены такие методы, как дедукция, переформулирование требования задачи, создание адекватной математической модели, сужение области поиска решения, формулирование последовательности вопросов и ответов, сравнение, формирование виртуальной ситуации и сравнение её с реальной, поиск и использование инварианта преобразований, метод обратных преобразований. Для некоторых задач сформулирован обобщённый тип задачи.

Ключевые слова: педагогика, логические задачи, развитие логического мышления, тип задачи, метод решения задачи, дедукция, область поиска решения, метод сравнения, инвариант преобразований, метод обратных преобразований.

Скороход Г. Розв'язання логічних задач як база для розвитку логічного мислення та вміння розв'язувати задачі.

Мета статті – акцентувати увагу педагогів на тому, що розв'язання логічних задач інтересно та доступно більшості учнів, воно дозволяє навчати загальним типам задач та методам розв'язання задач.

У статті розібрані розв'язки 10 логічних задач, для розв'язання яких застосовані такі методи, як дедукція, переформулювання вимоги задачі, створення адекватної математичної моделі, звуження області пошуку рішення, формулювання послідовності запитань та відповідей, порівняння, формування віртуальної ситуації і порівняння її з реальною, пошук і використання інваріанта перетворень, метод зворотних перетворень. Для деяких завдань сформульовано узагальнений тип завдання.

Ключові слова: педагогіка, логічні задачі, розвиток логічного мислення, тип задачі, метод розв'язання задачі, дедукція, область пошуку розв'язку, метод порівняння, інваріант перетворень, метод зворотних перетворень.

Цель статьи – акцентировать внимание педагогов на том, что решение логических задач интересно и доступно большинству учащихся, оно позволяет обучать общим типам задач и общим методам решения задач.

Справедливо считается, что решение математических задач развивает логическое мышление. Но большинство учеников не будут математиками и для них не близки ни математические объекты, ни постановки математических задач. Между тем, наш опыт преподавания показывает, что логические задачи интересны большинству учащихся от 5-го класса до 5-го курса и старше. Академик В. Арнольд [1], считал, что начинать нужно с 5 лет.

Привлекательность большинства логических задач состоит в том, что они сформулированы просто и понятно через знакомые по жизни объекты, потому часто кажется, что решить такую задачу нетрудно, и многие тут же с энтузиазмом берутся решать. И тут оказывается, что решить задачу не так уж просто. Но мотивация к решению уже создана. И если решить самому не удаётся, есть мотивация узнать, как решается задача. И здесь очень важен, на наш взгляд, подбор учителем таких логических задач, решение которых так же просто и понятно всем, как их постановка. Красота решения логических задач может быть оценена намного большим количеством учеников, чем красота решения математических задач.

Для того, чтобы решение задачи или знакомство с её решением принесло максимальную пользу, после решения задачи педагогу желательно сделать акценты: 1) на процессе получения решения, на последовательности приёмов и их результатах [5; 6], 2) на том, какие особенности постановки задачи позволили решить её именно такой последовательностью действий, 3) если возможно, выделить общий тип задачи, привести примеры других задач такого типа и рассмотреть их методы решения [2; 3; 7]. Также важно целенаправленно связывать приёмы с формами логического мышления: дедукция, индукция, обобщение, аналогия, анализ, синтез, синтез через анализ [3; 8].

Для решения большинства логических задач применяются последовательно несколько приёмов, что позволяет даже на небольшом количестве задач продемонстрировать большое количество приёмов. Несколько таких задач с решениями представлены ниже. Другой набор задач рассмотрен в работе [9]. Для некоторых задач сформулирован обобщённый тип задачи. Методы решения выделены *курсивом*, они относятся не только к конкретной задаче, но к задачам такого типа.

Задача 1. Даны имена и профессии нескольких человек и несколько утверждений о соответствии между этими именами и профессиями. Требуется установить полное соответствие между этими именами и профессиями. Тип задачи: установить соответствие между двумя конечными множествами на основе нескольких высказываний относительно связей между характеристиками элементов этих множеств. *Метод решения:* 1) *составить граф*, который позволяет визуализировать связи между элементами (*переформулирование на геометрический язык*), 2) *выводить следствия* из данных в условии утверждений (*дедукция*) и *сужать область поиска решения*, отбрасывая варианты соответствия, которые не удовлетворяют условию. Результаты дедукции удобно заносить в *таблицу*. Более сложной задача становится при необходимости установить соответствие между несколькими конечными множествами. Метод решения её тот же: *дедуктивные умозаключения*, с отбрасыванием невозможных вариантов и занесением результатов анализа в *таблицу*.

Задача 2. Два лесоруба присели перекусить. У Никиты было 4 пирога, а у Павла – 3 пирога. В это время к ним подошёл путник и попросил угостить пирогами. Лесорубы согласились и поделили пироги на троих поровну. Путник поблагодарил за еду и дал лесорубам 7 копеек. Как разделить плату за еду?

Многие, отвечая сходу, предлагают решения (1) пополам, 2) по копейке за пирог), не связанные с сутью ответа на поставленный вопрос, ибо не задают себе вопрос, за что расплатился прохожий. Приём: *задавать вопросы, ответы на которые продвигают решение к цели, и формулировать эти ответы* (такой приём можно рассматривать как разновидность *дедуктивных рассуждений*)**.** Ранее в начальной школе учили формировать такие вопросы и записывать решение задачи как *последовательность* этих *вопросов и ответов на них*. *Решение:* 1) За что прохожий уплатил деньги? – За съеденные пироги (Это коренной вопрос, адекватный требованию задачи, и направляющий мысль в нужном направлении). 2) Сколько пирогов съел прохожий? – 2 и 1/3 пирога. 3) Сколько пирогов дал ему А и сколько В? – А дал 5/3 пирога, а В – 2/3 пирога. 4) Во сколько раз А дал больше пирогов, чем В? – В 5/2 раз. *Следовательно,* справедливо, чтобы А получил в 5/2 раз большую плату, чем В, а именно, А – 5 копеек, В – 2 копейки. Отметим, что такой ответ воспринимается как неожиданный, поскольку разница в количестве пирогов у Никиты и Павла (4 к 3) кажется не столь значительной по сравнению с разницей в оплате (5 к 2). Можно *обобщить* задачу и *исследовать* причину такого феномена.

Задача 3. С помощью одного замера рулеткой, без вычислений, определить величину диагонали кирпича. *Решение.* Физическому замеру помощью рулетки мешает тело кирпича. Поскольку замеры делают и в геометрии, то размышления о том, как убрать тело, приводят к следующему методу решения: *переформулировать условие задачи на математический язык (создать адекватную математическую модель задачи).* В данном случае, адекватная математическая задача формулируется так: замерить расстояние между двумя точками, зафиксированными в пространстве. Зафиксировать нужные точки можно, поместив кирпич в угол комнаты и отметив по одной точке на стене и на полу.

Задача 4. Через 4 точки, расположенные в вершинах виртуального квадрата, провести трёхзвенную ломаную замкнутую линию, не отрывая карандаша от бумаги.

Простота постановки задачи и кажущаяся легкость её решения приводят к тому, что большинство людей начинают решать её с ходу *методом проб и ошибок*. И чаще всего это не удаётся, из-за того, что они подсознательно не позволяют себе вывести линию за пределы виртуального квадрата, определённого заданными точками. В психологии эта задача долго считалась классической иллюстрацией того, что люди склонны неосознанно вносить в условие требования, которых на самом деле в условии нет, и не способны осознать этот факт (психологический зажим) [4]. Однако, позже было отмечено, что если предложить тому, кто решает задачу, *представить мысленно конечный результат и с учётом этого переформулировать требование задачи*, то даже школьники легко её решают. *Решение.* Трёхзвенная ломаная замкнутая линия однозначно представляет собой треугольник, следовательно, задачу можно *переформулировать* так: построить треугольник, на сторонах которого лежат четыре данные точки. Решение такой задачи становится очевидным, более того, очевидно также, что задача имеет бесчисленное множество решений.

Отметим, что именно потому, что трёхзвенная ломаная замкнутая линия однозначно представляет собой треугольник, такой приём в данной задаче легко приводит к успеху. При решении же других задач, для решения которых также нужно выйти за пределы квадрата или из плоскости в пространство, такой приём оказывается не эффективным, примерами таких задач являются задачи 5 и 6.

Задача 5. Через 9 точек, расположенных в вершинах виртуального квадрата, в его центре и в серединах сторон провести четырёхзвенную ломаную незамкнутую линию, не отрывая карандаш от бумаги. Здесь описанный приём выше неприменим, ибо определение «четырёхзвенная ломаная незамкнутая линия» нельзя ничем заменить. Нужно *преодолеть психологический зажим* и выйти за пределы навязанного самому себе виртуального квадрата.

Задача 6. Из 6 спичек сложить 4 равносторонних треугольника с длиной стороны в одну спичку. Решением является тетраэдр. Продвинуть в решении может *сравнение* количества сторон у 4-х треугольников и данного количества спичек, из которого следует *дедуктивный вывод*, что 6 сторон треугольников должны совпадать. Отметим, что *сравнение* является базовой логической операцией, типом и методом решения многих задач [9], а *дедукция* используется при решении всех задач.

Задачи, сходные с задачами 5 и 6, приводят к следующей эвристической рекомендации, пригодной для всех случаев, когда задача не решается: *сформулируйте условие задачи в виде системы простых предложений, каждое из которых выражает одну мысль, и постарайтесь уяснить, не вносите ли Вы в постановку задачи условия, которых в ней нет, или, наоборот, все ли условия Вы учитываете.*

Со *сравнением* связан такой метод решения задач на преобразования объекта как *найти инвариант преобразований и использовать его*, поскольку для нахождения инварианта преобразованный объект сравнивается с исходным.

Задача 7. В одной чашке налито кофе, в другой такой же чашке – молоко. Объёмы жидкости равны между собой. Из чашки с кофе берут чайную ложку кофе, переливают в чашку с молоком, размешивают, и чайную ложку смеси переливают в чашку с кофе. Чего будет больше, кофе в молоке или молока в кофе? *Решение:* Если учесть, что объём смеси в каждой из чашек после таких переливаний остаётся неизменным, т.е. является *инвариантом* этих *преобразований*, то становится очевидным, что объёмы кофе в молоке и молока в кофе равны между собой. Более того, становится очевидным также, что задача имеет то же самое решение: 1) при любом количестве двойных переливаний с размешиванием, 2) при различных формах чашек, 3) при неравных исходных объёмах кофе и молока. Существенным является только равенство переливаемых из чашки в чашку объёмов и размешивание. Таким образом, в процессе *сравнения* определяются также существенные и несущественные факторы в условии задачи, задача *обобщается* за счёт устранения несущественных факторов и легко решается без *составления уравнения*, лишь с помощью *дедуктивных рассуждений*.

Задача 8. Из 5 одинаковых квадратов сложен крест. Разрезать квадраты прямыми линиями так, чтобы из полученных фигур можно было сложить один квадрат. *Решение.* Отметим, что у искомого квадрата не известна длина стороны. *Инвариантом* такого *преобразования* фигуры одной фигуры в другую является её площадь, отсюда определяем длину стороны искомого квадрата. Задача *сводится к другой задаче*, как получить физически элемент такой длины.

Задача 9. Умный владыка, пожелавший выяснить, насколько сильны в логике три его мудреца, задал им задачу. Он показал мудрецам пять колпаков: два белых и три черных. Условия таковы: каждому завяжут глаза, наденут на голову колпак и глаза развяжут. Тот, кто первым догадается, какого цвета на нем колпак, получит награду. Мудрецам завязали глаза, и надели на их головы черные колпаки. После того, как глаза развязали, мудрецы молчали некоторое время, но, наконец, один из них сказал: «Колпак на мне – черного цвета». Как он пришел к правильному выводу? *Решение.* Мудрец, давший правильный ответ, видел на других мудрецах два черных колпака, и рассуждал так: «Если бы на мне был белый колпак, то каждый из двух других мудрецов видел бы перед собой белый и черный колпак и легко мог понять, что на нём чёрный колпак. Но раз они молчат так долго, значит колпак на мне – тоже черный».

Последовательность приемов решения этой задачи следующая: 1) *формулировка виртуальной ситуации* («Если бы…»), 2) *анализ* того, каким образом в такой ситуации вели бы себя другие участники, 3) на основе *сравнения реального и виртуального поведения* участников формулируется ответ на вопрос задачи. Таким же методом решаются известные задачи о нахождении мешка с фальшивими монетами за одно взвешивание и о количестве фазанов и кроликов [9].

Задача 10. Чёрт предложил мужику такую сделку: если мужик прокрутится вокруг себя, количество денег в его кармане удвоится, и он должен отдать чёрту 24 копейки. Мужик согласился. После трёх таких операций мужик отдал чёрту последние 24 копейки. Сколько денег было у мужика вначале? Тип задачи: преобразование объекта, когда известны конечное значение и последовательность операций, при этом каждая операция: 1) применяется к результату предыдущей операции, 2) является однозначной, 3) имеет однозначную или многозначную обратную операцию. Такие задачи решаются *методом обратных преобразований («от конца к началу»):* к конечному значению применяется последовательность обратных операций. Этот метод широко применяется в математике. Эта задача позволяет также поставить вопрос «При каком начальном капитале мужик был бы в выигрыше или, по крайней мере, не проиграл бы?» и затем объяснить понятие бифуркации решения при изменении значения параметра задачи.

Отметим в заключение, что при приёме на работу во многие фирмы предлагают решить именно логические задачи, причём в ограниченное время, поэтому тренировка в их решении является не лишней и с этой существенной стороны.

Литература

1. Арнольд В. И. Задачи для детей от 5 до 15 лет / В. И. Арнольд – М. : МЦНМО, 2007. –16 с. **2. Пойя Д.** Математическое открытие / Д. Пойя. – М. : Наука, 1970. – 452 с. **3. Пойя Д.** Математика и правдоподобные рассуждения / Д. Пойя. – М. : Изд-во иностранной литературы, 1957. – 536 с. **4. Пономарев Я. А**. Психология творчества и педагогика / Я. А. Пономарев – М. : Педагогика, 1976. – 280 с. **5. Скороход Г. И.** Процесс решения задачи как последовательность приёмов и результатов их применения / Г. И. Скороход // Фактори розвитку педагогіки і психології в ХХ1 столітті: Зб. тез міжнар. наук.-практ. конф. : (м. Харьків, Україна, 10-11 червня 2016 року). – Харків : Східноукр. організація «Центр педагогічних досліджень», 2016. – С. 9-13. **6. Скороход Г. І.** Основні методи розв’язання нестандартних математичних задач / Г. І. Скороход // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : зб. наук. праць. Випуск X. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2012. – Т. 1 : Теорія та методика навчання математики. – С. 228-234. **7. Скороход Г. И.** Некоторые типы математических задач и методы их решения / Г. И. Скороход // Фізико-математична освіта : наук. журнал. – 2016. – Випуск 4 (10). – С. 126-130. **8. Скороход Г. І.** Методи активного вивчення математичних дисциплін у вищій школі / Г. І. Скороход, В. Д. Ламзюк // Педагогіка вищої та середньої школи : зб. наук. праць. – 2010. – № 29. – С. 63-71. **9. Скороход Г. И.** Использование логических задач для обучения методам решения задач / Г. И. Скороход, А. К. Гостева // Актуальні питання педагогічних та психологічних наук: зб. тез міжнар. наук.-практ.конф. : (м. Харьків, Україна, 14-15 листопада 2014 року). – Харьків : Східноукраїнська організація «Центр педагогічних досліджень», 2014. – С. 35-38.

2016 – № 3 (49)

SUMMARY

Skorokhod G. Logical problems solving as a basis for the development of logical thinking and ability to solve problems.

The purpose of the article is to focus teachers' attention on the fact that the solution of logical problems is both interesting and available to most students; it allows to teach students to deal with common-type problems and use general methods of their solving.

Solution of mathematical problems develops logical thinking. Since most students will not be mathematicians, neither mathematical objects nor mathematical problems posing is close to them. Meanwhile, logical problems are interesting for the majority of students from the 5th form up to the 5th year at the university and older. They are simply and clearly formulated through familiar objects in everyday life. Hence, students are enthusiastically taking to solving.

Even if a student does not succeed in solving the problem, there is motivation to learn about possible ways of its solution. For getting the maximum benefit from problem solving or familiarization with the process, the teacher – after the problem having been solved - should emphasize the following:

1) the process of obtaining the solution is based on the sequence of methods and their results;

2) each particular problem statement made it possible to solve it in the proposed sequence of actions;

3) it is necessary to identify the common type of the problems, give examples of other ones of the similar type and consider methods of their solution.

It is also important to bind specific techniques with the forms of logical thinking: deduction, induction, generalization, analogy, analysis, synthesis, synthesis through analysis. For most logical problems, several methods that allow even a small number of problems to demonstrate a large number of techniques are consistently applied.

In the article there were analyzed solutions of logical problems which solving demanded the use of such methods as deduction, reformulation of problem requirements, creation of an adequate mathematical model, constriction of solution search area, questions and answers framing, comparison, formation of a virtual situation and its comparison with the real one, search and use of the invariant of transformation and the method of inverse transformation. For some problems, a generalized type of the problem was formulated.

Key words: pedagogics, logical problems, logical thinking development, problem type, method of problem solving, deduction, solution search area, comparative method, invariant of transformations, inverse transformation method