

УДК 51(07)

*Сергій Семенець*

## **КОНЦЕПЦІЯ МОДЕЛІ НАВЧАЛЬНО-МАТЕМАТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ**

Мета статті полягає в розробленні науково обґрунтованої концепції моделі навчально-математичної діяльності учнів. Для цього зроблено теоретичний аналіз, виокремлено методологічні засади особистісно-розвивальної освіти. За результатами структурно-системного аналізу представлено компоненти навчально-математичної діяльності, що забезпечують на практиці процес учіння математики. Зроблено висновок про те, що цілісність навчально-математичної діяльності учнів забезпечується єдністю потребово-мотиваційного, проєктувально-задачного, конструктивного, реалізаційного та рефлексивного компонентів. Перспективним є питання про специфіку методичної системи розвивального навчання математики в середній школі.

*Ключові слова:* концепція, модель, структура, навчально-математична діяльність учнів, математичні здібності, особистісно-розвивальна освіта, учіння математики, інтерес.

**Семенец С. Концепция модели учебно-математической деятельности учащихся.**

Цель статьи заключается в разработке научно обоснованной концепции модели учебно-математической деятельности учащихся. Для этого сделан теоретический анализ, выделены методологические основы личностно-развивающего образования. По результатам структурно-системного анализа представлены компоненты учебно-математической деятельности, обеспечивающие на практике процесс обучения математике. Сделан вывод о том, что целостность учебно-математической деятельности учащихся обеспечивается единством потребностно-мотивационного, проектно-задачного, конструктивного, реализационного и рефлексивного компонентов. Перспективным является вопрос о специфике методической системы развивающего обучения математике в средней школе.

*Ключевые слова:* концепция, модель, структура, учебно-математическая деятельность учащихся, математические способности, личностно-развивающее образование, обучение математике, интерес.

Сучасний етап розвитку суспільства спричинив постановку нових цілей і завдань математичної освіти. Традиційна математична освіта, де головною метою навчального процесу є передача знань, формування вузькофахових умінь і навичок, не забезпечує повноцінний розвиток особистості як суб'єкта діяльності, здатного самостійно мислити і готового приймати відповідальні рішення. Тут експлуатується зона актуального розвитку особистості, у результаті чого навчання «плететься у хвості» її розвитку. Насправді існує ціла низка протиріч, серед яких ключовим, на нашу думку, є глибоке внутрішнє протиріччя між змістом дисципліни та методикою її навчання: з одного боку, дедуктивним змістом математики, абстрактними математичними структурами, універсальними методами математичного дослідження, які формують теоретичні узагальнення та розвивають, передусім, науково-теоретичне (структурно-математичне) мислення, а з іншого – логікою навчального пізнання, асоціативно-рефлекторною теорією научіння, усталеною методикою навчання математики, що передбачають домінування емпіричних узагальнень й актуалізацію емпіричного

мислення, нівелювання математичних здібностей і формування вузькоматематичних умінь і навичок.

У наших новітніх дослідженнях вивчалися теоретико-методологічні засади, студіювалися методичні аспекти окресленої наукової проблеми. Зокрема, було обґрунтовано положення про головну роль змісту навчального матеріалу математики, розкрито специфіку процесуального компонента методичної системи розвивального навчання математики [8; 9]. Натомість дотепер актуальною залишається проблема науково-теоретичного обґрунтування концептуальної моделі навчально-математичної діяльності учнів як основи їхнього розвитку на діяльнісному, генетичному, соціально-психолого-індивідуальному вимірах особистості.

*Мета статті* – з огляду на методологію і теорію розвивального навчання розробити науково обґрунтовану концепцію моделі навчально-математичної діяльності учнів.

Наукове розв'язання окресленої проблеми тісно пов'язується із сучасним поняттям особистості, використанням категорії особистості як ключової в процесі модернізації системи математичної освіти, реорганізації процесу навчання математики. У представленому дослідженні послуговуємося тлумаченням особистості українським психологом В. Рибалком, згідно з яким особистість – це суб'єкт свідомої продуктивної діяльності та суспільної поведінки, індивід із соціально зумовленою системою психічних властивостей, що формується, виявляється у творчій та самоперетворюючій діяльності, спілкуванні; опосередковує, регулює взаємодію людини з навколишнім світом [6]. У сучасній державній концепції розвитку освіти головною дійовою особою навчального процесу визнається особистість учня, що пояснюється постановкою нової мети – розвиток тих якостей особистості, які потрібні їй задля долучення до соціально корисної діяльності. Досягнення такої мети тісно пов'язане з розв'язанням проблеми учіння, яка, як визнають вітчизняні вчені, є найбільш складною і найменш опрацьованою, а в методичному плані – перебуває лише на початковому етапі дослідження. Це пояснюється тим, що «... у наш час розійшлися лінії навчання і культурного розвитку, і навчання (принаймні у його теперішніх формах) аж ніяк не є засобом розвитку, як це було прийнято вважати в культурно-історичній школі Л. Виготського. Освіта виявилася

гранично раціоналізованою і вербалізованою. З неї вихолощено афективно-емоційний запал дитинства, що веде до поширення в суспільстві професійно-компетентного, але бездуховного індивіда» [4, с. 39]. На нашу думку, нерозв'язаність проблеми учіння, а на цьому тлі зорієнтованість індивіда виключно на результат, нехтування процесуальною складовою (рефлексивним розумінням процесу пізнання) індукує іншу вельми значущу соціально проблему – занепад духовності, девальвація в суспільстві моральних цінностей і домінування матеріальних.

Розгляд учня як суб'єкта навчально-математичної діяльності – ось, що лежить в основі розв'язання проблеми учіння математики. Проте в традиційних методиках це здійснюється формально, без урахування того, що для суб'єкта пізнання процес оволодіння знаннями передбачає теоретичне мислення, актуалізацію потребово-мотиваційного (ціннісного), задачного й операційного компонентів навчальної діяльності. Отож загострюються загальновідомі освітньо-математичні проблеми: небажання навчатися; неможливість самостійно продовжувати навчання; зорієнтованість на результат (одержати високу оцінку, атестат, диплом), а не на процес (спосіб досягнення цілі); домінанта зовнішніх чинників виховання та нівелювання внутрішніх, пов'язаних із становленням особистості учня як суб'єкта навчально-математичної діяльності.

Для розв'язання названих проблем концептуальним слугує положення про те, що тільки в суб'єкта власних дій та власної діяльності створюються реальні можливості для становлення й розвитку особистості. Діяльність – це рушійна сила розвитку, оскільки «сутність діяльності – у творенні світу людиною, у творенні власних суспільних відносин і самого себе» [1, с. 14]. Тому розвиток учня – це процес його самотворення як особистості в діяльності. Такою діяльністю є навчальна, що виступає формою засвоєння теоретичних знань у процесі розв'язування навчальних задач. Згідно зі створеною О. Леонт'євим загальною теорією діяльності первісною є практична (зовнішня) діяльність, від якої походять усі види психічної (внутрішньої) діяльності. Структуру цілісної людської діяльності формують: потреби, мотиви, цілі, умови і засоби досягнення цілей, дії та операції. Будь-яка діяльність постає як процес розв'язування специфічних для цієї діяльності задач, а під

задачею розуміється поєднання цілей та умов їх досягнення [3, с. 159-182].

З огляду на вищезазначене, розвиток навчально-математичної діяльності учнів здійснюється за умови первісного виконання практичних дій у процесі розв'язування практичних (прикладних) задач з математики. Отже, з одного боку, розв'язується одна із ключових проблем математичної освіти – проблема походження математичних знань, а з іншого – у навчанні математики практично втілюється ідея прикладної математики про застосування методу математичного моделювання для дослідження процесів і явищ. Практичний зміст навчального матеріалу математики актуалізує суб'єктний досвід, відтак усвідомлюється потреба, з'являється пізнавальний мотив, пов'язаний з інтересом до процесу пізнання та знаходження способу розв'язування задачі. Зорієнтованість на спосіб досягнення цілі (знаходження способу розв'язування задачі), пізнавальний інтерес (як провідний мотив) у процесі побудови і дослідження математичних моделей, є присутніми характеристиками навчально-математичної діяльності.

Позитивна мотивація навчання математики, передусім інтерес до вивчення математики, слугують успішній навчально-математичній діяльності, яка, своєю чергою, забезпечує перехід на вищий рівень розвитку математичних здібностей. Тут насправді простежується триплет: інтерес ↔ діяльність ↔ здібності, цілісна єдність якого забезпечує розвиток особистості. Назване утворення має ознаки саморозвивальної системи, у результаті функціонування якої досягається вищий рівень розвитку як системи в цілому, так і її структурних компонентів. На вищому рівні особистісного розвитку триплет набуває таких форм: інтерес ↔ діяльність ↔ обдарованість; інтерес ↔ діяльність ↔ талант. У цьому процесі одну з ключових ролей відіграють особистісні чинники, передусім емоційно-вольова сфера, самооцінка, характер і рівень домагань суб'єкта діяльності. Однак, власне кажучи, системотвірним компонентом зазначеної тріади вважаємо інтерес як структурну одиницю потребово-мотиваційної сфери особистості. Саме безкорисливий інтерес, на думку О. Дусавицького, слугує основоположним елементом у структурі особистості. Назване особистісне утворення розуміється як вибіркове відношення до чого-небудь, певна ієрархія відношень, що відображає ставлення індивіда до світу, у якому проявляється його

цілісність [2]. Зважаючи на те, що в основі інтересу лежить переживання цілісного відношення «я і світ» [2, с. 12], сутнісною характеристикою інтересу до математики є переживання цілісного відношення учня «я і світ, що інтерпретується математикою».

Зроблений змістово-теоретичний аналіз навчальної діяльності, з'ясовані в попередніх роботах якісні характеристики математичних здібностей учнів дозволяють визначитися в одному із трьох можливих типів орієнтування психологічної теорії поетапного формування розумових дій [10]. Згідно зі створеною П. Гальперінім і Н. Талізіню теорією перший тип передбачає навчання дії за вказаним зразком, другий – використання вказівок щодо покрокового виконання завдання за готовим алгоритмом, третій тип – навчання аналізу задачі, знаходженню способу дій та самостійному складанню алгоритму як узагальненої схеми розв'язування типових задач. Саме третій тип засвоєння передбачає розв'язування навчальних задач, виконання змістово-теоретичних дій (аналіз, абстрагування, узагальнення, планування) і, зрештою, уможлиблює реалізацію методу сходження від абстрактного до конкретного в процесі вивчення математики. Тут створюються іманентні умови для актуалізації структурних компонентів математичних здібностей. Навчання згідно з третім типом формування розумових дій, з одного боку, представляється як процес навчальної діяльності, а з іншого – активізує процес мислення, розвиває математичні здібності та виховує інтерес.

Для встановлення закономірностей формування навчально-математичної діяльності необхідно з'ясувати психологічні новоутворення підліткового та раннього юнацького віку (основна та старша школи), виокремити основні чинники розвитку пізнавальних процесів у психології дорослішання. Примітно, що інтелектуальне самоствердження підлітків відбувається в їхній навчальній діяльності, в процесі реалізації пізнавальних потреб та інтересів. Саме завдяки виконанню пізнавальних і продуктивно-творчих завдань, що розвивають інтерес, навчання набуває особистісного сенсу і перетворюється в самоосвіту. Вважається, що підлітковий віковий період плідний для розвитку абстрактного (словесно-логічного) мислення, а також мислення на рівні формальних операцій (за Ж. Піаже, [5]).

У роботах з вікової психології до центральних новоутворень раннього юнацького періоду віднесено особистісне самовизначення як потреба юнаків і дівчат зайняти внутрішню позицію дорослої людини, усвідомити своє місце в суспільстві, зрозуміти себе і свої можливості [7, с. 237]. Формуються такі якості особистості, від яких залежить результативність діяльності: інтерес до певної галузі знань, зацікавленість певною дисципліною, організованість, наполегливість і відповідальність. Їхній тісний зв'язок забезпечує психологічні утворення, які називають талантом і покликанням [7, с. 259].

Резюмуючи вищезазначене, робимо висновок про те, що ранній юнацький віковий період вирізняється від підліткового розвивальною наступністю – тут формуються складніші індивідуально-психологічні утворення, засвоюються непрості різновиди діяльності, подальшого розвитку набувають унікальні особистісні якості. Таких змін зазнають усі компоненти триплету інтерес ↔ діяльність ↔ здібності, що засвідчує про динаміку особистісного розвитку, позитивні зміни в структурі особистості. Загалом у динаміці едукації (навчання, виховання, розвиток) простежується різнорівнева (вертикальна) розвивальна наступність стосовно різних вікових періодів і ступенів освіти. Динаміка вікового розвитку особистості школяра зумовлює однорівневу (горизонтальну) розвивальну наступність навчання, що передбачає послідовність і систематичність у оволодінні теоретичним матеріалом, засвоєнні узагальнених способів дій та мислення, формуванні індивідуально-психологічних утворень та якостей особистості. Отже, розвивальна наступність має бути сутнісною характеристикою процесу навчання, а принцип розвивальної наступності стати засадничою ідеєю теорії розвивального навчання.

З огляду на зроблений аналіз, теоретичною основою концептуальної моделі навчально-математичної діяльності учнів є такі положення:

1. Основою потребово-мотиваційної складової цієї діяльності слугують такі системотвірні утворення: потреба в особистісному самоствердженні, професійне самовизначення в процесі вивчення математики, а також інтерес до побудови, дослідження та реалізації математичних моделей.

2. Навчально-математична діяльність має задачну структуру, а отже, здійснюється в процесі постановки і розв'язування

специфічних задач. Задачна структура розвивального навчання математики слугує програмою навчально-математичної діяльності, у якій реалізується принцип розвивальної наступності: у визначеній ієрархії задачі різняться рівнем змістово-теоретичного узагальнення. Первісними є прикладні задачі, що розв'язуються методом математичного моделювання, а системотвірним поняттям математики слугує поняття «математична модель».

3. Розв'язування навчально-математичних задач здійснюється відповідно до третього типу орієнтування в завданні і передбачає виконання змістово-теоретичних дій: аналіз, узагальнення, абстрагування, планування, рефлексія. За результатами розв'язування таких задач створюються навчально-математичні моделі, де сформовано узагальнені способи дій у процесі розв'язування типових задач з математики.

4. Часткові задачі з математики розв'язуються згідно з логікою сходження від абстрактного (загального) до конкретного (часткового), що передбачає покрокову реалізацію розроблених навчально-математичних моделей на етапі формування умінь і навичок.

5. Розвитку навчально-математичної діяльності учнів слугують їхні математичні здібності, що проявляються і розвиваються в цій діяльності. Тому в процесі розв'язування задач мають актуалізуватися різні компоненти та різні типи математичних здібностей: кодувально-формалізований, когнітивно-узагальнювальний, мнемічно-узагальнювальний, кодувально-когнітивний, кодувально-мнемічний, когнітивно-мнемічний, однорідний.

6. Специфіка (зовнішній бік) навчально-математичної діяльності учнів зумовлюється персональними пізнавальними стилями та стратегіями навчання. Формування навчально-математичної діяльності здійснюється в міру засвоєння різних рівнів стильової поведінки: стилю кодування інформації, когнітивного стилю, стилю постановки та розв'язування проблем, епістемологічного стилю. Суб'єкт навчально-математичної діяльності характеризується персональним пізнавальним стилем – ієрархічно організованою, гнучкою формою індивідуальної інтелектуальної поведінки.



7. Рефлексія процесу учіння математики (самоаналіз, самооцінка, самоконтроль) є невід'ємною складовою навчально-математичної діяльності.

Розроблена концепція моделі навчально-математичної діяльності учнів містить п'ять структурних компонентів.

Потребово-мотиваційний компонент навчально-математичної діяльності учнів інтегрує три аспекти: по-перше, відображає закономірності психічного розвитку підліткового віку та ранньої юності (формування психологічних новоутворень періоду дорослішання); по-друге, визначає інтерес як системотвірний компонент у структурі особистості, як переживання цілісного відношення учня «я і світ, що інтерпретується математикою»; по-третє, конкретизує специфіку предмета діяльності – математичні моделі. З позицій системного підходу потребова-мотиваційний компонент слугує підсистемою в складній системі «навчально-математична діяльність», він є основоположним (системотвірним).

Проектувально-задачний компонент навчально-математичної діяльності передбачає її представлення у формі задачної системи, що має декілька рівнів змістового теоретичного узагальнення. Перший рівень займають практичні і прикладні задачі, у процесі розв'язування яких вирішується три ключові освітні питання: 1) розв'язується проблема походження математичних знань, реалізується культурно-історичний підхід до навчання математики; 2) формуються вміння застосовувати математичне моделювання як метод навчального пізнання; 3) втілюється ідея сходження від абстрактного (загального) до конкретного (часткового): від загального поняття «математична модель» до математичної моделі прикладної задачної ситуації. Другий рівень містить навчальні задачі, передбачає навчальне моделювання й формування способу (методу) розв'язування типових задач з математики. Навчально-теоретичні задачі з математики характеризуються третім рівнем змістово-теоретичного узагальнення, на якому вивчаються загальнологічні та загальноматематичні методи. Найвищий рівень представлений навчально-дослідницькими задачами з математики, результати розв'язування яких мають елементи наукової новизни. Визначена система різнотипних задач забезпечує засвоєння теоретичної і практичної складових навчального матеріалу та

водночас слугує програмою навчально-математичної діяльності учнів.

Конструктивний компонент розкриває зміст і структуру системи дій і операцій у процесі розв'язування типових математичних задач. Визначена ієрархія навчальних дій виконує роль навчальної моделі для застосування в типових задачних ситуаціях прикладного, практичного й математичного змісту. Розвиток конструктивного компоненту навчально-математичної діяльності визначають два чинники: перший – це вміння виконувати змістовий аналіз задачної ситуації, створювати математичні моделі, переформулювати задачі, виокремлювати евристики (знаходити ключову ідею), будувати навчальні моделі; другий – математичні здібності, такі їх компоненти, як кодувально-формалізований, когнітивно-узагальнювальний і мнемічно-узагальнювальний.

Реалізаційний компонент навчально-математичної діяльності забезпечує покрокове виконання дій і операцій згідно зі створеною навчальною моделлю (алгоритмом), а також передбачає оформлення розв'язання поставленої задачі. Тут одним із ключових завдань є контроль як окремо виконаних дій і операцій, так і цілісного засвоєння способу дій у процесі розв'язування типових задач. Розвиток названого компонента здійснюється в процесі розв'язування системи типових задач, що, по суті, є формуванням нових умінь і навичок.

Рефлексивний компонент забезпечує самоаналіз виконаної навчальної роботи, самоконтроль і самооцінку, що здійснюються на декількох вимірах: змістовому (теоретичному), процесуальному (уміння розв'язувати задачі), референтному (соціальному) та ціннісному (потребово-мотиваційному). Учні дають відповідь на питання: якою є міра розуміння теоретичного матеріалу? який ступінь розвитку умінь розв'язувати задачі? яка переважала власна соціальна позиція? якими є власні ціннісні орієнтації в навчанні математики?

Отже, цілісність навчально-математичної діяльності учнів забезпечується єдністю потребо-мотиваційного, проектувально-задачного, конструктивного, реалізаційного та рефлексивного компонентів. Задачна структура цієї діяльності будується згідно з принципом розвивальної наступності: у визначеній ієрархії задачі різняться рівнем змістово-теоретичного узагальнення. Визначальною

особистісною характеристикою, що забезпечує розвиток навчально-математичної діяльності учнів, слугує зацікавленість у вивченні математики. Формула-триплет інтерес до вивчення математики  $\leftrightarrow$  навчально-математична діяльність  $\leftrightarrow$  математичні здібності (математична обдарованість, математичний талант) є засадничою в теорії розвивального навчання математики. До перспективи подальших досліджень відносимо питання про специфіку методичної системи розвивального навчання математики в середній школі.

### Література

1. **Давыдов В. В.** Теория развивающего обучения / В. В. Давыдов. – Москва : Интор, 1996. – 544 с.
2. **Дусаицкий А. К.** Развитие личности в учебной деятельности / А. К. Дусаицкий. – Москва : Дом педагогики, 1996. – 204 с.
3. **Леонтьев А. Н.** Деятельность. Сознание. Личность / А. Н. Леонтьев. – Москва : Педагогика, 1975 – 304 с.
4. **Методика** навчання і наукових досліджень у вищій школі : [навч. посіб.] / С. У. Гончаренко, П. М. Олійник, В. К. Федорченко та ін. – Київ : Вища шк., 2003. – 323 с.
5. **Пиаже Ж.** Структуры математические и оперативные структуры мышления / Ж. Пиаже // Преподавание математики. – Москва : Учпедгиз, 1960. – 316 с.
6. **Рибалка В. В.** Психологія розвитку творчої особистості : [монографія] / В. В. Рибалка. – Київ : Вища школа, 1996. – 362 с.
7. **Савчин М. В.** Вікова психологія : [навч. посіб.] / М. В. Савчин, Л. П. Василенко. – Київ : Академвидав, 2006. – 360 с.
8. **Семенець С. П.** Методологія і теорія розвивального навчання математики : [монографія] / С. П. Семенець. – Житомир : Вид-во О. О. Євенок, 2015. – 236 с.
9. **Семенець С. П.** Системотвірне поняття та особливості змісту розвивального навчання математики / С. П. Семенець // Педагогіка вищої та середньої школи : зб. наук. праць. – Кривий Ріг, 2015. – Вип. 46. - С. 207–212.
10. **Талызина Н. Ф.** Теория поэтапного формирования умственных действий и проблемы развития мышления / Н.Ф. Талызина // Советская педагогика. – 1967. – № 1. – С. 28–32.

### SUMMARY

**Semenets S. P. Concept models of pupils' educational and mathematical activity.**

The purpose of the article is the development of science-based concepts of models of pupils' educational and mathematical activity. For this aim a theoretical analysis was made and methodological principles of personal and developmental education were singled out. The main conceptual theses were stated which embodied the idea of scientific development of the individual during a holistic implementation of triplets: *interest*  $\leftrightarrow$  *activity*  $\leftrightarrow$  *skills*; *interest*  $\leftrightarrow$

*activity* ↔ *talent*; *interest* ↔ *activity* ↔ *genius*. According to the results the structure and system analysis of educational components of mathematical activity have been presented, which provide a practical process of learning mathematics. Solving mathematical problems of teaching is carried out by means of the third type of orientation in the job, which involves the theoretical content and operations (analysis, synthesis, abstraction, planning and reflection). The application problems are solved by mathematical modeling. Teaching mathematical models are created, which outline the generalized methods of typical mathematics problems solving.

It has been found that developmental continuity should be the essential characteristics of the learning process, and developing continuity principle becomes a fundamental idea in the theory of developmental education. It is proved that the structure of task developmental education mathematics program serves educational mathematical activity, which implemented the principle of developing succession: in a certain hierarchy of tasks on different levels of content-theoretical generalization.

It is determined that notable combined with educational and development mathematical activity, development provide the interest of pupils in studying mathematics. Formula: *interest in studying mathematics* ↔ *mathematical educational activities* ↔ *mathematical abilities* (*mathematical genius, mathematical talent*) are fundamental in the theory of developmental education mathematics. It is concluded that the integrity of the educational mathematical activity of pupils ensured unity of motivational, tasks, constructive, realizable and reflective components. Prospects for further research include the question of specificity of methodical system of developing teaching mathematics in the secondary school, in particular the characteristics of its procedural and evaluative components.

*Key words:* concept, model, structure, educational mathematical activity of pupils, mathematical ability, personality, developmental education, learning mathematics, interest.