

ПРО ДЕЯКІ ЗАДАЧІ ГЕОМЕТРИЧНОГО КРЕСЛЕННЯ

Мастіпанова А. В.,

Криворізький державний педагогічний університет

Анотація. В статті розглядаються задачі побудови геометричних елементів за допомогою ітеративного ділення кутів. Методика пройшла випробування на заняттях по кресленню на художньо-графічному факультеті Криворізького державного педагогічного університету.

Ключові слова: геометричне креслення, ділення кола, квадратура круга.

Аннотация. Мастіпанова А. В. О некоторых задачах геометрического черчения. В статье рассматриваются задачи построения геометрических элементов с помощью итеративного деления углов. Методика прошла испытания на занятиях по черчению на художественно-графическом факультете Криворожского государственного педагогического университета.

Ключевые слова: геометрическое черчение, деление окружности, квадратура круга.

Annotation. Mastipanova A. V. About some tasks of the geometrical drawing. The tasks of construction of geometrical elements by the division of corners are examined in the article. A method passed the tests on employments on drawing on the fine-art faculty of the Kryvyi Rog state pedagogical university.

Keywords: geometrical drawing, division of circumference, squaring of circle.

Постановка проблеми. Креслення – загальноосвітня дисципліна для студентів художньо-графічного факультету. Особливо важливим в освіті студентів із художнім спрямуванням є геометричне креслення, яке закладає основи чіткого володіння креслярським інструментом і вміння вибудовувати складні художні та архітектурні графічні об'єкти із елементарних геометричних побудов. Однією із задач геометричного креслення, яка лежить в основі багатьох складних завдань, є задача ділення кола на довільне число частин.

Аналіз публікацій. При вирішенні задачі ділення кола застосовуються спеціальні і універсальні методи. Спеціальні методи використовуються при діленні кола на 2-12 частин. Серед універсальних методів є так званий метод хорд, а також метод ділення кола з попереднім поділом діаметра кола на аналогічне число частин [1, 2, 3, 4].

Універсальні способи мають невелику точність. Похибка в них зростає із збільшенням числа ділень кола. Попередній розрахунок всіх кутів збільшує точність, але він громіздкий. Способи із застосуванням

комп'ютерних програм не завжди доцільні в роботах по кресленню. До того ж, готові комп'ютерні програми, як правило, застосовуються користувачами без ґрунтовного знання принципів побудови цих програм.

Мета роботи полягає в тому, щоб уникнути недоліків існуючих графічних методів, які мають невелику точність і запропонувати достатньо точний метод, а також такий, який може бути використаний при великому числі ділень елементів.

Результати дослідження. Пропонуємо спосіб ділення кола на довільне велике число частин, який назвемо графо-аналітичним. В його основі використовується графічне ітеративне ділення кутів.

Спочатку визначимо величину центрального кута $\alpha = 360^\circ/n$, де n – число ділень кола.

Якщо коло потрібно поділити на непарне число частин, то спочатку за допомогою транспортира відкладаємо цей кут на радіусі кола.

Дугу, яка містить парне число частин, ділимо пополам за допомогою циркуля, а від дуги, яка має непарне число частин, віднімаємо дугу кута α , відкладаючи його на радіусі дуги з непарним числом частин. Одержавши дугу з парним числом частин, знову ділимо її за допомогою циркуля пополам.

Наведемо процедуру ділення кола на 19 частин (рис. 1).

Для зручності весь процес ділення розіб'ємо на цикли, які полягають в тому, що якщо попереднє число частин непарне, то від нього віднімають 1 і ділять число, що залишилось на 2.

Для $n=19$; $\alpha = 360^\circ / 19 = 18^\circ 57'$

Послідовність циклів така:

Число ділень кола	19	
Відкладаємо на колі кут	-1	I цикл
Залишилось парне число ділень	18	
Ділимо дугу з парним числом ділень навпіл	9	
Відкладаємо на колі кут	-1	II цикл
Залишилось парне число ділень	8	
Ділимо дугу з парним числом кутів пополам	4	
Ділимо дугу з парним числом кутів навпіл	2	III цикл
Ділимо дугу з парним числом кутів навпіл	1	IV цикл

Для наочності послідовність ділення кола приведена для кожного циклу окремо (рис. 1)

Графо-аналітичний метод ділення кола відзначається тим, що похибка, допущена на попередньому циклі, в наступних циклах ділиться на всю кількість кутів циклу, на відміну від згаданих вище методів, де така похибка навпаки, нагромаджується від етапу до етапу побудови. Тому достатньо легко запропонований метод можна застосовувати при великому числі частин ділення кола.

На рис. 2 приведений результат ділення кола на 37 частин, де $n=37$, $\alpha = 360^\circ / n = 9^\circ 43' 47''$

Послідовність n циклів ділення для $n=37$ така:

I цикл (-1, 36, 18); II цикл (9); III цикл (-1, 8, 4); IV цикл (2); V цикл (1).

Особливість графо-аналітичного метода не нагромаджувати похибки, а ділити їх на всі кути, дозволяє запропоновувати ділення кола цим методом на велике число частин вручну, без інструментів.

Як же вручну визначати величину кута α ? Якщо n – порівняно велике число, то α – досить малий кут. Його величину можна визначати як частину кута 30° , який одержимо діленням “на око” кута 90° на 3 частини. Потім кут 30° також ділимо на 3 частини, одержимо кут 10° і в його частинах визначаємо кут α . Так, якщо $10 \leq n \leq 60$, то $36^\circ \leq \alpha \leq 6^\circ$.

Після цього ділимо коло на n частин по тому ж методу, як і з інструментами. Потрібно потренуватись ділити кути і дуги вручну пополам (а також і на три частини) і відкладати кут, рівний визначеному.

Корисно знати, що при досить великих кутах зручніше ділити вручну пополам саме кут, а для невеликих кутів доцільніше ділити пополам (і на три частини) дугу кута.

Далі розраховують цикли ділення кола, як і в попередніх випадках.

Загалом точність ділення вручну достатньо наближена до метода з інструментами.

Для уточнення результату можна провести побудову ще раз, скорегувавши величину кута α на основі попереднього етапу ділення.

Проведемо приклад ділення кола на $n=100$ частин вручну.

Центральний кут 100-кутника $\alpha = 360^\circ / 100 = 3^\circ 36'$.

Кут α одержимо діленням прямого кута на 3 частини (одержимо 30°), потім 30° ділимо на 3 частини (одержимо 10°), 10° ділимо на 3 частини, одержимо приблизно потрібний кут α .

Схема ділення кола на 100 частин така: 1 цикл (100,50); 2 цикл (25); 3 цикл (-1,24,12); 4 цикл (6); 5 цикл (3); 6 цикл (-1,2,1).

Результат ділення кола на 100 рівних частин вручну показаний на рис 3.

Аналогічний спосіб ділення кутів можна застосувати при графічному вирішенні відомої задачі “квадратури круга”.

Приведемо тут один із способів рішення цієї задачі.

Для цього розглянемо коло і квадрат, які мають спільний центр O і рівні площі (рис. 4). Точка B – спільна для кола і квадрата.

Сторона квадрата $2a$, радіус кола R . Позначимо кут $\angle AOB = \alpha$.

Із трикутника ∇AOB $OA/OB = \cos \alpha$. Із рівності площ кола і квадрата $4a^2 = \pi R^2$, $a = R\sqrt{\pi}/2 = OA$, $\cos \alpha = \sqrt{\pi}/2 = 0,886227$, $\alpha = 27^\circ 36'$.

Знайдемо послідовно половину кута $\angle AOC$ (промінь 2), половину кута $\angle 2OC$ (промінь 3) і половину кута $\angle 2O3$ (промінь 4, який перетинає коло в точці $B1$).

Кут $\angle AOB1 = 22^\circ 30' + 22^\circ 30' / 4 = 22^\circ 30' + 5^\circ 37' = 28^\circ 07'$

Порівняємо кути $\angle AOB$ і $\angle AOB1$.

Різниця складає $\angle AOB1 - \angle AOB = 0^\circ 31'$ (близько половини градуса).

Як видно із рис. 4, точки B і $B1$ і промені OB і $OB1$ майже зливаються, тому в графічних задачах можна вважати, що точка $B1$ належить колу і квадрату, які мають однакову площу.

Визначимо точність графічної побудови квадрата.

Половина сторони квадрата: $AO = a = R\sqrt{\pi}/2 = 0,88622R$.

При заміні точки B точкою $B1$, тобто при графічній побудові:

$AO = R \cos \angle AOB1 = R \cos 28^\circ 07' = 0,8822$

Похибка при цьому складає: $(0,88622 - 0,88215) * 100 / 0,88622 = 0,459\%$

Таким чином, можна запропонувати таку побудову квадрата, рівного по площі з колом (рис. 4):

1. Проводимо пряму MN через центр кола O і перпендикуляр AIO до MN .

2. За допомогою циркуля послідовно ділимо пополам кути: кут $\angle AION$ (промінь 1), кут $\angle AIOI$ (промінь 2), кут $\angle IOI2$ (промінь 3), кут $\angle IOI3$ (промінь 4).

Промінь $O4$ перетинає коло в точці $B1$.

3. Через точку $B1$ проведемо пряму, паралельну MN до перетину з OA в точці A . OA - половина сторони квадрата.

4. Будемо квадрат $ДСТЕ$, рівний по площі з заданим колом.

Якщо точність побудови не задовольняє, можна визначити процедуру, аналогічну попередній (ділення кутів) з більшою точністю. Так, для збільшення точності побудови між променями 2 і 4 послідовним поділом дуг пополам можна побудувати промінь, який з OA має кут, рівний

$28^{\circ}07' - 22^{\circ}30'/32 = 27^{\circ}25'$, і від теоретичного відрізняється на $0^{\circ}11'$. Відносна похибка сторони квадрата зменшується до $0,1579\%$. При необхідності будують ряд, який сходиться до теоретичного значення кута $27^{\circ}36'$.

Висновки. Запропонований автором графо-аналітичний метод ділення кола на велике число рівних частин, який відсутній в підручниках і програмах по кресленню, дозволяє суттєво підвищити точність графічної побудови. Геометрична ітерація ділення елементів (кутів, дуг, відрізків), що лежить в основі цього методу, використана в проведеному тут наближеному рішенні задачі “квадратури круга”, а також в процедурі послідовного збільшення точності геометричних побудов.

Графо-аналітичний метод випробуваний в курсі креслення на художньо-графічному факультеті КДПУ.

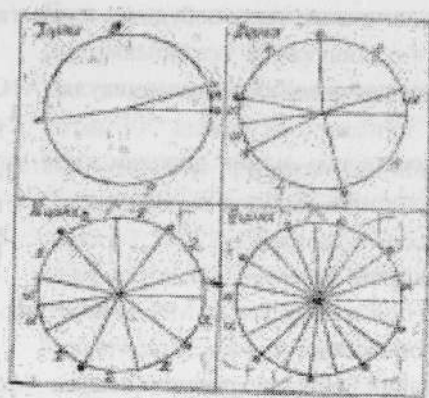


Рис. 1

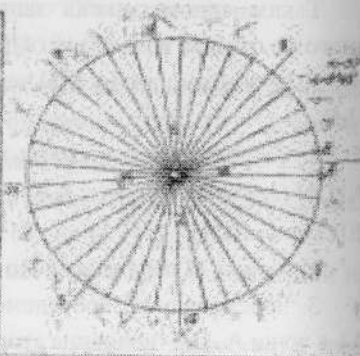


Рис. 2

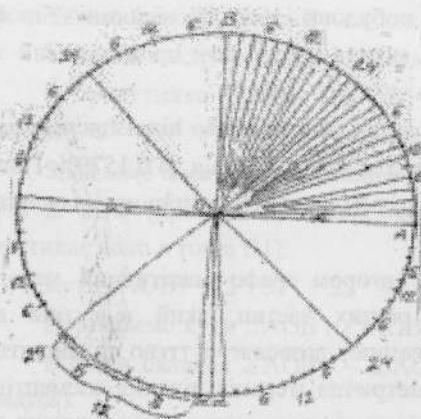


Рис. 3

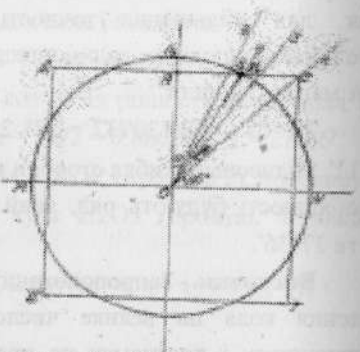


Рис. 4

Література

1. Кириллов А. Ф. Черчение и рисование. – М.: "Высшая школа", 1987. – С. 22-24.
2. Соловьев С. А., Буланже Г. В., Шульга А. Н. Задачник по черчению и перспективе. – М.: "Высшая школа", 1978. – С. 22-23.
3. Кузьмина И. А., Хомутова А. И. Задачник по основам черчения. – М.: "Машиностроение", 1985. – С. 18.
4. Бахнов Ю. Н. Сборник заданий по техническому черчению. – М.: "Высшая школа", 1988. – С. 44-45.