

7. Визначаємось із задовольняючою нас точністю і закінчуємо розрахунки.

8. Фіксуємо значення розрахованих параметрів і виконуємо графічне відображення кривої із циркульними спряженнями.

В автоматизованому режимі послідовність процедур визначається в залежності від результатів розрахунку.

**Подальші напрямки досліджень.** Викладена теоретична частина статті може бути використана для складання відповідних комп'ютерних програм, які дозволяти б визначити параметри кривої і будувати криву із циркульними спряженнями, що імітує задану криву із потрібною точністю. В подальшому це дозволило б вивчати тему циркульних спряжень в геометричному кресленні за допомогою комп'ютерних програм.

#### *Література*

1. Михайленко В.Е., Пономарьов А.М. *Инженерная графика* – К.: Вища школа, 1990.
2. Соловьев С.А., Буланже Г.В., Шульга А.К. *Задачник по черчению и перспективе*. – М.: Высшая школа, 1978.
3. Щигалев Б.М. *Математическая обработка наблюдений*. – М.: Наука, 1969.
4. Демидович Б.П., Марон И.А. *Основы вычислительной математики*. "Наука" М. 1970.
5. Копченова Н.В., Марон И.А. *Вычислительная математика в примерах и задачах*. "Наука", М., 1972.
6. Г. Корн и Т. Корн. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*. "Наука", М., 1973.
7. Миронов Д. *Corel Draw – 11, учебный курс*, 2002.
8. Мастіпанова А.В. *Прикладні задачі геометричного креслення в декоративному мистецтві // Педагогіка вищої та середньої школи: Художньо-педагогічна освіта ХХІ ст. Теорія, методи, технології. Збірник наукових праць №10 – Кривий Ріг, КДПУ, 2005. – Спеціальний випуск. – с. 165-171.*

## **СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ПРЯМИХ НА ПЛОЩИНІ В ПЕРСПЕКТИВІ**

**Мастіпанова А.В.**

*Криворізький державний педагогічний університет*

*Анотація.* В статті приведена систематизація різних видів прямих на площині і взаємна залежність параметрів прямої і площини в перспективі.

*Ключові слова.* перспектива, пряма, площина, задачі на перспективу про пряму і площину.

*Анотация.* Мастіпанова А.В. Особенности размещения прямой на плоскости в перспективе. В статье приведена систематизация различных видов прямых на плоскости и взаимозависимость параметров прямой и плоскости в перспективе.

*Ключевые слова.* перспектива, прямая, плоскость, задачи на перспективу о прямой на плоскости.

*Annotation:* Mastipanova A.V. Peculiarities of the straight line allocation in perspective. In the article there is a systematization of different kinds of straight line and plane in perspective.

*Key words.* perspective, straight line, plane, perspective sum of the straight line in the plane.

**Постановка проблеми.** Одним із основних понятійних питань курсу перспективи є правильне розуміння особливостей прямої лінії і площини як сукупності прямих на ній. Якщо студенти вільно володіють цим матеріалом, то в них більше можливостей в застосуванні перспективи при побудові перспективних зображень. Як показала практика, студенти не завжди достатньо розуміють взаємозв'язок прямої і площини. Тому доцільно в курсі перспективи провести спеціальне зайняття, в якому співставити особливості площини і прямої на ній, показати їх спорідненість, а також побудувати спеціальний цикл задач на цю тему.

**Аналіз останніх досліджень.** Навчально-методична література з перспективи досить обширна. В ній детально розглянуті основні елементи дисципліни: проєктуючий апарат, перспектива точки, прямої, способи завдання площини в перспективі, застосування перспективних зображень в образотворчому мистецтві і архітектурі [1], [2], [3], [4]. Одне з основних питань теорії перспективи: розміщення прямої на площині також розглядається в навчальній літературі, але як окремі задачі, майже без узагальнень.

**Мета даної статті** полягає в тому, щоб дати систематичне уявлення про площину як сукупність різноманітних прямих і взаємозв'язок параметрів площини і прямих на ній. Це дасть можливість виявити не тільки особливості прямих на площині, а й характеристики змін цих особливостей в залежності від розташування прямої на площині.

Також метою дослідження є: проаналізувати більшість типів задач на задану тему, що дозволить в подальшому подати їх в конкретному вигляді.

**Результати дослідження.** Розглянемо всі можливі варіанти розміщення прямої лінії на площині.

На рис. 1 зображена площина з її параметрами: предметним слідом  $Q_n$ , картинним слідом  $Q_k$  і граничною прямою  $Q_f$ . Як відомо, гранична пряма містить сукупність граничних точок прямих, які можна провести на площині. Предметний слід площині має в своєму складі сліди прямих, що лежать на площині, тобто перетин прямих і їх проєкцій. Картинний слід перетинають

прямі в точках з координатами: точка на картинному сліді площини із проекцією на лінії основи картини.

Проведемо на площині в межах заданої картини прямі трьох видів (рис. 1):

1. Пряма з'єднує точки на картинному і предметному сліді (прямі  $1_k-1_n$ ,  $2_k-2_n$ ).

2. Пряма з'єднує точки на предметному сліді і на граничній прямій (пряма  $3_n-A_\infty$ ).

3. Пряма з'єднує точки на картинному сліді і на граничній прямій (прямі  $4_k-A_\infty$ ,  $L-A_\infty$ ).

Продовжимо пряму  $1^{\text{го}}$  виду за предметний слід до перетину з граничною прямою в точці  $B_\infty$ . Проекція цієї прямої проходить від лінії основи картини  $kk$  до лінії горизонту і має граничну точку  $b_\infty$ . Гранична точка прямої  $B_\infty$  розміщена під лінією горизонту, тому ця пряма буде низхідною.

Пряма  $2^{\text{го}}$  виду, що з'єднує точки на предметній площині і граничній прямій (точка  $A_\infty$ ) буде висхідною. Ця пряма також перетинає і картинний слід під предметною площиною.

Пряма  $3^{\text{го}}$  виду буде висхідною. Ця лінія і її проекція також може перетинати предметний слід площини. Можливі два випадки: а) перетин із продовженням предметного сліду площини в нейтральному просторі (перед картиною) (рис. 1, точка  $3_n$ ) і б) як бачимо із рис. 1, прямі (3б) не мають предметного сліду. Формально такий перетин відбувається, якщо з'єднаємо картинний слід і граничну пряму в точці  $A_\infty$  і продовжимо цю лінію до перетину із продовженням предметного сліду площини вище лінії горизонту (лінія  $LL_H$ ). Але в реальному вимірі такий перетин неможливий, тому що лінія горизонту є граничною прямою предметної площини. Тому такі прямі (3б) потребують додаткового аналізу.

Спочатку проаналізуємо прямі  $3^{\text{го}}$  виду. Як бачимо із рис. 1, типи ліній а) і б) розділяє пряма  $NN_\infty$ . Ця пряма займає в пучку паралельних прямих (точка

сходу  $A_{\infty}$ ) особливе місце. Лінія  $NN_{\infty}$  характерна тим, що вона в перспективі бачиться паралельною своїй основі  $na_{\infty}$  і предметному сліду площини і може бути проведена до кожної точки граничної прямої, що є точкою сходу для паралельних прямих. По аналогії з фронталлю і горизонталлю для зручності назвемо її тут "квазіпаралеллю".

Розглянемо особливості квазіпаралелі, тобто прямої, яка в перспективі паралельна своїй проєкції (рис. 2). Визначимо кут нахилу прямої до своєї проєкції, починаючи від її дійсного перетину із предметним слідом до деякої точки.

За допомогою масштабної точки сходу  $M_{\infty}$  (рис. 2) визначимо дійсну форму частини квазіпаралелі від лінії на картинній площині  $Aa_{\infty}$  до умовної лінії  $Bb$ . Ця форма буде  $Aa_0b_0B_1$ , а до точки перетину прямої з проєкцією будемо мати форму  $CB_1b_0$ , тобто квазіпаралель в дійсності перетинається із своєю проєкцією. Цей же кут визначається при масштабній точці сходу  $M_{\infty}$ .

На рис. 4 в аксонометрії зображена площина із висхідними лініями на ній. Як видно із рисунка всі ці прямі перетинаються із своєю проєкцією на предметному сліду площини. Серед них є такі, які мають предметний слід перед картиною (точка  $C_H$ ). Це прямі типів 3а і 3б. Як бачимо, всі вони мають один і той же кут нахилу до предметної площини, тому повинні мати точку перетину із продовженням предметного сліду площини перед картиною. Розглянемо кут нахилу цих прямих на рис. 3, який побудований аналогічно рис. 2. Візьмемо будь-яку точку на перспективі основи прямої ( $b$ ) і відповідну їй точку прямої ( $B$ ) і побудуємо дійсну величину  $Bb$  за допомогою масштабної точки сходу – це  $B_1B_0$ . З'єднаємо точку на картині  $A$  із  $B_1$  і продовжимо цю лінію до перетину із лінією основи  $kk$  в точці  $C$ .

Дійсний кут нахилу прямої  $\angle ACa_0$  рівний куту  $\angle A_{\infty}M_{\infty}a_{\infty}$ , визначеному при масштабній точці сходу. В подібних трикутників  $\triangle ACa_0$  і  $\triangle A_{\infty}M_{\infty}a_{\infty}$

знаходимо  $\frac{Ca_0}{Aa_0} = \frac{M_{\infty}a_{\infty}}{A_{\infty}a_{\infty}}$ , звідки  $Ca_0 = \frac{Aa_0 \cdot M_{\infty}a_{\infty}}{A_{\infty}a_{\infty}}$  (1), де  $Ca_0$  – віддаль вздовж

проекції прямої від точки на лінії основи картини  $a_0$  до точки  $C$  перетину прямої із предметним слідом площини перед картиною.

Як бачимо із формули (1), для квазіпаралелі, коли  $Aa_0 = A_\infty a_\infty$ ,  $Ca_0 = M_\infty a_\infty$ , для інших ліній  $3^{30}$  типу величина  $Ca_0$  залежить від відношення

$\frac{Aa_0}{A_\infty a_\infty}$ , тобто чим вища лінія (величина  $Aa_0$ ), тим її відстань від картини ( $Ca_0$ )

більша. При потребі можна визначити відстань точки  $C$  від картини вздовж предметного сліду площини чи на перпендикулярі до площини – найкоротшу відстань. Для цього треба мати параметри предметної площини, кути її нахилу до картинної і предметної площини.

Як же пояснити природу ліній 36?

Уявімо, що ми стоїмо перед картиною, наші очі на рівні горизонту. Високо над нашими головами пролягають лінії і зникають в точці сходу  $A_\infty$ , а потім, як ми гадаємо, повинні перетнутись із предметним слідом (точка  $L_H$  на рис. 1). Причина такого сприйняття в тому, що відрізок  $Aa_0$  здається нам більшим, ніж відрізок  $A_\infty a_\infty$ , а лінії  $LA_\infty$  – низхідними, хоча  $A_\infty$  над лінією горизонту. Рис. 3 спростовує цю ілюзію. Насправді відрізок  $B_1b_{10}$ , що показує дійсну величину відрізка  $Bb$ , більший, ніж  $Aa_0$  і тим буде більшим, чим ближче до  $a_\infty A_\infty$  побудуємо відрізок  $Bb$ . В дійсності відрізок  $A_\infty a_\infty$  має безкінечну довжину, як і відрізок  $a_0 a_\infty$ . Тому марно шукати перетин лінії із своєю проекцією за відрізком  $A_\infty a_\infty$  вище лінії горизонту.

Якщо рухатись по лінії картинного сліду від точки  $Q_0$  і вище, то до точки  $N$ , яка належить квазіпаралелі,  $Aa_0 < A_\infty a_\infty$  і перетин лінії із предметним слідом площини, як і належить бути, знаходиться перед картиною. А починаючи із  $Aa_0 = Nn_0$  (для квазіпаралелі) виникає протиріччя і парадокс для всіх  $Aa_0 \geq A_\infty a_\infty$ . Але рис. 3 дозволяє нам прояснити істину.

Аналогічно рис. 1 можна розглянути інші положення площини і прямих на ній.

Щоб зацікавити студентів цією темою і зосередити їхню увагу на запропонованій класифікації, нагадаємо одне із основних положень перспективи про точку сходу паралельних прямих. Можна провести певну аналогію із геометрією Лобачевського, яка заснована на постулаті про перетин паралельних прямих. Відмінність в тому, що те, про що говорить перспектива, ми бачимо на свої очі, коли, наприклад дивимось вздовж лінії дороги, будинків чи стовпів, бачимо точки сходу.

Тобто нам дано бачити безкінечність!

Наприклад  $A_{\infty} a_{\infty}, a_0 a_{\infty}$  – це безкінечність, стиснута в відрізок,  $A_{\infty}, a_{\infty}$  – це безкінечність, стиснута в точку. Тому не рекомендую студентам за допомогою масштабної точки сходу визначати дійсну довжину прямих  $AA_{\infty}, a_0 a_{\infty}, a_{\infty} A_{\infty}$  (рис. 3). Але бажаючі можуть спробувати.

Якщо на площині зображені прямі, то їх кількість можна скільки завгодно збільшувати. Для цього треба взяти по декілька точок на кожній прямій і, з'єднавши їх по дві в довільній комбінації, одержати нові прямі. На цих прямих можна в свою чергу взяти точки і побудувати нові прямі, і т.д. Площина буде вкриватись все густішою сіткою із прямих. Сюди можна приєднати фронталі і горизонталі (рис. 5).

Викладений матеріал потрібно закріпити рішенням задач на цю тему. Розглянемо можливу тематику груп таких задач.

Задача 1. Побудувати вторинну проєкцію прямої  $AB$ , яка лежить в площині  $Q$ , заданої своїми слідами  $Q_K, Q_H$  і граничною прямою  $Q_f$ .

Зауваження до рішення.

Якщо пряма перетинає сліди площини або граничну пряму (в межах побудови 2 елементи із трьох), то рішення задачі очевидне. Якщо ж пряма в межах побудови не має перетину із двома параметрами площини, то будують додаткову пряму, яка має перетин із двома параметрами площини, а також перетинає задану пряму. Вторинну проєкцію прямої проводять через знайдену точку перетину і відому точку прямої.

Задача 2. Задана площина  $Q_H$ ,  $Q_K$ ,  $Q_F$  і такі варіанти елементів на площині:  
а) трикутник; б) дві прямі, що перетинаються; в) пряма і точка; г) три точки; д) дві паралельні прямі.

Потрібно знайти проекції елементів а, б, в, г, д.

Задача 3. Задана площина  $Q_H$ ,  $Q_K$ ,  $Q_F$  і проєкції елементів із задачі 2. Знайти елементів а, б, в, г, д.

Задача 4. Задані елементи а, б, в, г, д із задачі 2 із своїми проєкціями. Визначити відповідну площину.

Можливі варіанти рішень задачі. Предметний слід площини з'єднає предметні сліди двох прямих, аналогічно картинний слід і гранична пряма. Якщо ж ці елементи "незручні" в межах побудови, то використовують фронталі, горизонталі або інші додаткові прямі, які перетинають задані, як в задачі 1.

Задача 5. Цикл задач, аналогічний задачам 2, 3, 4 для різноманітних фігур на площині.

Задача 6. В умовах задачі відомий один параметр площини і пряма на площині. Необхідно визначити інші параметри площини.

При рішенні задачі використовують картинний і предметний сліди і її граничну точку, а також додаткові прямі.

Задача 7, на перетин площин геометричних фігур. Можна вирішувати без попереднього визначення параметрів площин, в яких лежать ці геометричні фігури. Лінії перетину визначають за допомогою додаткових площин, наприклад горизонтально проєкуючих чи паралельних картинній і предметній площині.

Задача 8. Зміна лінії горизонту. Використовується при побудові перспективи архітектурних об'єктів (метод опущеного плану).

**Висновок.** Розглянуті питання дозволяють створити в студентів цілісне уявлення про задану тему. Без такого розгляду питання були певні труднощі при вивченні площини і прямих на ній.

Цей матеріал потрібно подавати після вивчення прямої і площини.

**Подальше використання.** Проведений аналіз може бути використаний при складанні навчальних планів, лекцій і задач про пряму і площину. Також бажано врахувати ці зауваження при вивченні питань про побудову перспективи тривимірних тіл.

#### *Література.*

1. М.Н. Макарова. Перспектива. Москва: "Просвещение", 1989.
2. О.В. Фольта, С.А. Антонович, П.В. Юрковський. Нарисна геометрія, Львів: "Світ", 1994.
3. С.А. Антонович, Я.В. Василюшин, О.В. Фольта, В.А. Шпільчак, П.В. Юрковський. Нарисна геометрія, практикум, Львів: "Світ", 2004.
4. С.А. Солов'єв. Перспектива. Москва: "Просвещение", 1981.

## ДЕЯКІ МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ РОБОТИ НАД ХУДОЖНІМ ОБРАЗОМ

Мельченко К. Г.,  
Інститут мистецтв НПУ імені М.П.Драгоманова

*Анотація.* Автор торкається проблем творення художнього образу в процесі музично-сценічної діяльності на прикладі дитячої опери. Постановка дитячої опери у навчальному процесі допомагає вчителю музики розкрити свої професійні вміння та навички та надає можливості для його самовираження і саморозвитку.

*Ключові слова.* музично-сценічна діяльність, музичне мислення, художній образ, творчий потенціал, самопізнання, самореалізація, самовираження.

*Аннотация.* Мельченко К. Г. Некоторые методические основы работы над художественным образом. Автор касается проблем творения художественного образа в процессе музыкально-сценической деятельности на примере детской оперы. Постановка детской оперы в учебном процессе помогает учителю музыки раскрыть свои профессиональные умения и навыки и предоставляет возможности для его самовыражения и саморазвития.

*Ключевые слова.* музыкально-сценическая деятельность, музыкальное мышление, художественный образ, творческий потенциал, самопознание, самореализация, самовыражение.

*Annotation.* The author touches upon the problems of character creation in the process of musical and stage activity, children's opera in particular. The production of children's opera in schooling process helps the music teacher to expose his professional skills and gives the opportunities for his personal expression and development.

*Key words.* musical and stage activity, musical thought, character, creative potential, (self) cognition, (self) actualization, personal expression.

**Постановка проблеми.** Серед актуальних проблем сучасної освіти особливе місце займає професійна підготовка майбутнього вчителя музики. В педагогічній освіті ведеться пошук шляхів підвищення якості професійної підготовки фахівців. Аналіз стану навчального процесу свідчить про необхідність пошуків нових форм і технологій мистецької освіти. Метою дослідження було виявлення шляхів створення в навчальному процесі належних умов для набуття студентами досвіду музично-сценічної діяльності