наприклад, для студентів музичної спеціальності домінантним видом мистецтва буде музичне, для художників – образотворче.

Значимою складовою професійних умінь студентів художньо-графічних факультетів, наряду з педагогічними, є художні уміння, які у своєму дослідженні визначаємо як володіння системою усвідомлених, цілеспрямованих, взаємопов'язаних розумових і практичних дій, які дозволяють особистості успішно виконувати художньо-аналітичні та художньо-виконавські функції в процесі художньої діяльності. У художньо-педагогічному словнику художньо-педагогічні уміння трактуються як здатність викладача образотворчого мистецтва на високому рівні виконувати живописно-графічні роботи і на професійному рівні вирішувати педагогічні (навчально-виховні) задачі в роботі з дітьми [7].

Висновки. Таким чином, підсумовуючи вищесказане, можна зазначити, що художні уміння дозволяють людині здійснювати образотворчу діяльність на високому якісному рівні. Педагогічні уміння становлять елементи роботи вчителя з дітьми, за їх допомогою відбувається успішна передача теоретичних знань і практичних навиків, засвоєних ним самим. Отже, професійні уміння вчителя включають здатність людини повноцінно здійснювати всебічне навчання і виховання дітей засобами образотворчого мистецтва. Розвиток художньо-професійної освіти потребує зміни пріоритетів в освітньому процесі. Для вчителя образотворчого мистецтва на перший план виходять художні і педагогічні уміння, від рівня сформованості яких залежить якість виконання фахових обов'язків.

Список використаних джерел

1. *Абдулина О. А. Проблема педагогических умений в теории и практике высшего педагогического образования / О. А. Абдулина // Советская педагогика. - 1976. - № 1. - С. 76-83.*
2. *Державні стандарти професійної освіти: теорія і методика: [монографія] / [За ред. Н. Г. Ничкало]. – Хмельницький: ТУП, 2002. – 334 с.*
3. *Енциклопедія освіти / Акад. пед. Наук України / [головний ред. В. Г. Кремень]. – К.: Хрінком Інтер, 2008. - 1040 с.*
4. *Дубасенюк О. А. Професійна педагогічна діяльність: сутність та сучасні підходи / О. А. Дубасенюк // Професійна підготовка педагогічних працівників: [науково-методичний збірник]. - Київ-Житомир: ЖДПУ, 2000. - С. 3-9.*
5. *Мужикова І. М. Методика формування базових знань та вмінь з образотворчого мистецтва в майбутніх учителів початкових класів: Дис…канд. пед. наук / І. М. Мужикова. – К., 2004. - 210 с.*
6. *Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний / Н. Ф. Талізина .- М.: Изд-во МГУ, 1975. – 343 с.*
7. *Художественно – педагогический словарь / [сост. Н. К. Шабанов, О. П. Шабанова, М. С. Пронина]. - М.: Академический проект: Трикста, 2005. – 480 с.*

Мастіпанова А.В.
Криворізький державний
педагогічний університет

ОСОБЛИВОСТІ ВИКОНАННЯ ЦИРКУЛЬНИХ СПРЯЖЕНЬ

Анотація. У статті розглянуті залежності між параметрами циркульних спряжень і їх використання в навчальному процесі університету.

Ключові слова; циркульні спряження, радіус спряження , радіус кола, тригонометричні функції

Аннотация. В статье расмотрены зависимости между параметрами циркульных сопряжений и их использование в учебном процесе университета.

Ключевые слова; циркульные сопряжения, раиус сопряжения, радиус окружности, тригонометрические функции.

Постановка проблеми. Циркульні спряження – одна із тем геометричного креслення, яка є основою як для побудови деяких виглядів деталей, так і для виконання геометричних орнаментів.

На художньо-графічному відділенні Криворізького державного педагогічного університету вивчаються всі відомі способи спряження прямих і кіл при заданому радіусові спряження: дотична до кола, спряження двох прямих дугою, спряження двох кіл прямою, внутрішнє, зовнішнє і змішане спряження дугою заданого радіуса, спряження прямої і кола дугою, коробові криві. Ця тема достатньо викладена у навчальній та технічній літературі, наприклад [1; 2; 3; 4].

При виконані завдань, в яких є циркульні спряження, студенти визначають форму спряження і тільки після цього його будують, користуючись конкретним правилом, часто не знаючи спільних особливостей багатьох із них. Крім того, для створення завдань по кресленню потрібно встановити закономірності побудови циркульних спряжень, у тому числі при невідомому радіусі спряження.

Метою дослідження є встановлення загального правила для виконання переважної більшості циркульних спряжень і взаємозв'язку між їх параметрами.

Результати дослідження. Як показує аналіз відомих способів виконання спряжень, при заданому радіусі спряження послідовність їх побудови така:

1) визначення центра спряження;
2) визначення двох точок спряження;
3) проведення дуги спряження заданим радіусом спряження.

Крім того бачимо, що для всіх видів спряжень завжди проводять деякі допоміжні лінії , на перетині яких розміщений центр спряження.

При побудові циркульних спряжень розглядаються такі випадки: пряма і пряма, коло і пряма, коло і коло. Якщо відомий радіус спряження, то для прямої допоміжною лінією є пряма, паралельна заданій прямій, на відстані радіуса спряження. Для кола допоміжною лінією є дуга з радіусом, рівним абсолютній величині суми або різниці радіуса кола і радіуса спряження.

$$R_{доп.} = R_{кола} \pm R_{c.}$$

причому знак плюс чи мінус можна легко визначити по формі побудови.

При перетині прямої і кола можливі кілька випадків спряжень (рис.1)

Радіус допоміжної дуги у випадку 2 і 4 $R_{доп.1} = R_{кола} + R_{c.}$ у випадку 1 і 3 $R_{доп.2} = R_{кола} - R_{c.}$

Допоміжна пряма паралельна заданій прямій у випадках 1 і 2 – зверху заданої лінії, у випадках 3 і 4 – знизу заданої лінії. Форма спряжень в усіх чотирьох випадках різна.

Якщо пряма дотична до кола або не перетинає коло, то таких випадків два. При однаковому радіусі спряження вони дзеркально симетричні.

Треба відмітити, що може бути випадок, коли дві допоміжні лінії не перетинаються, тобто допоміжна дуга з радіусом кола

$R_{доп.} = \left|R_{кола} \pm R_{с.}\right|$ і допоміжна пряма, паралельна заданій прямій не мають спільних точок. В такому разі центр спряження не може бути визначений. Проаналізуємо, яким повинен бути радіус спряження, щоб побудувати спряження прямої і кола. Для випадків 2 і 4 радіус спряження необмежений (спряження розташується зовні заданого кола) Для випадків 1 і 3, коли спряження розміщується всередині заданого кола, радіус спряження повинен бути не більшим половини висоти сегмента, який відтинається від кола $R_{спр} \le \frac{1}{2}H$ до Н – висота сегмента кола.

При виконанні спряжень кіл дугою заданого радіуса розрізняють внутрішнє, зовнішнє і змішане спряження. Для складання задач і кресленні циркульних спряжень важливо знати, в яких межах змінюється радіус спряження. Визначимо ці межі для всіх випадків циркульних спряжень.

1. <u>Для внутрішнього спряження двох кіл дугою заданого радіуса</u>. (рис.2). Знайдемо мінімальний радіус, яким може бути виконане внутрішнє спряження двох кіл, визначимо радіус внутрішнього спряження R_{c1}, центр якого O_3 розміщений на осі АВ

$$R_{c1} = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\left(O_1O_2 + R_1 + R_2\right) \qquad (1)$$

Точка O_3 дійсно може бути центром спряження, тому що центри кіл O_1 і O_3 й точка дотику А, центри O_2, O_3 і точка дотику В розміщені на одній прямій відповідно.

Доведемо, що цей радіус буде мінімальним. Для цього введемо деякий інший радіус спряження R_c із центром O, який не лежить на осі АВ.

Розглянемо трикутник ΔO_1O_2O. Відомо, що сума двох сторін трикутника більша третьої сторони.

$O_1O + OO_2 \rangle O_1O_2$

Із побудови $2R_c - R_1 - R_2 \rangle O_1O_2$; $2R_c \rangle O_1O_2 + R_1 + R_2$; $R_c \rangle \frac{1}{2}\left(O_1O_2 + R_1 + R_2\right)$,

а отже $R_c > R_{c1}$, і R_{c1} - мінімальний радіус спряження.

Тоді $\frac{1}{2}\left(O_1O_2 + R_1 + R_2\right) \le R_c \le \infty$ (2)

При $R_{c1}=\infty$, цей випадок перетворюється на зовнішнє спряження двох кіл прямою.

2. <u>Для зовнішнього спряження двох кіл дугою заданого радіуса.</u> (рис.3 а, б)

Якщо кола не перетинаються, то є мінімальний радіус спряження (рис.3а). Знайдемо деякий радіус зовнішнього спряження, центр спряження якого O_3 розміщений на осі АВ. $R_{c1}=\frac{1}{2}MN=\frac{1}{2}(O_1O_2-R_1-R_2)$ (3)

R_{c1} буде радіусом спряження і точка O_3 дійсно може бути центром спряження. Доведення аналогічне попередньому випадку.

Введемо деякий радіус спряження R_c із центром O, який не лежить на осі АВ.

Із трикутника ΔO_1O_2O $\quad O_1O+OO_2 > O_1O_2$; $\; 2R_c+R_1+R_2 > O_1O_2$; $R_c > \frac{1}{2}(O_1O_2-R_1-R_2)$.

Тоді $\quad \frac{1}{2}(O_1O_2-R_1-R_2)\le R_c\le\infty$

Випадок справа коли, $R_{спр.}=\infty$ означає, що зовнішнє спряження двох кіл дугою , перетворюється на зовнішнє спряження двох кіл прямою.

Якщо кола перетинаються , або дотикаються, то радіус спряження

$O\le R_c\le\infty$ (рис.3б).

Значення зліва означає, що радіус спряження може бути як завгодно малий (звичайно, в розумних межах) , а значення справа, коли $R_{спр.}=\infty$, як і в попередньому випадку, перетворює зовнішнє спряження двох кіл дугою заданого радіуса на зовнішнє спряження двох кіл прямою.

3. <u>Для змішаного спряження двох кіл дугою заданого радіуса.</u> (рис.4) Приймемо, що для кола із радіусом R_1 спряження відбувається по типу зовнішнього, а для кола O_3 радіусом R_2 - по типу внутрішнього.

При виконані цього типу спряження коло із внутрішнім спряженням буде всередині кола із радіусом спряження.

Знайдемо деякий радіус змішаного спряження, центр якого розміщений на осі АВ

$R_{c1}=\frac{1}{2}AB$, де точки А і В – точки дотику $R_{c1}=\frac{1}{2}(O_1O_2-R_1+R_2)$

Для радіуса спряження R_c центр якого O не на прямій із відрізком АВ, із трикутника ΔO_1O_2O, аналогічно попередньому $\frac{1}{2}(O_1O_2-R_1+R_2)\le R_c\le\infty$

При $R_c=\infty$ цей випадок перетворюється на внутрішнє спряження двох кіл прямою.

Існує ряд задач, коли радіус спряження не заданий, а є однією із величин, які потрібно визначити в задачі. Якщо такі задачі і не задають студентам, то для побудови завдань викладачеві потрібно легко володіти закономірностями, які існують між параметрами циркульних спряжень. Розглянемо основні із цих параметрів. Будемо аналізувати способи спряження двох кіл дугою.

Серед основних параметрів є такі: радіуси заданих кіл R_1, R_2, центри кіл O_1, O_2, радіус спряження R_c, центр спряження O, точки спряження M, N, відстань між центрами спряжених кіл $L = O_1O_2$.

Розглянемо деякі із таких задач.

1. Побудувати внутрішнє спряження, коли в умові задачі задані радіуси кіл R_1, R_2, центри кіл O_1, O_2, відстань між центрами кіл $L = O_1O_2$ і одна точка спряження M на колі радіуса R_1. Потрібно знайти радіус дуги спряження R_c і другу точку спряження N на колі радіуса R_2. (рис.5)

Точку спряження на колі при визначеному положенні двох кіл радіусами R_1 і R_2 й відстані між центрами O_1 O_2 не можна задавати будь-де. Її місце обмежене двома умовами: перша – обмеження мінімальним радіусом спряження, що визначається точками A і B , які лежать на лінії O_1 O_2 (1); друге – обмеження точками C і Д, що являють собою точки спряження двох кіл прямою. Тобто, точка M обмеження дугою AC, точка N обмеження дугою ВД. Крім того, задавати можна тільки одну із точок, M або N, тому що при визначеному положенні $R_c = OO_1M$, визначається положення $R_c = OO_2N$ (дві прямі лінії, рівні між собою, що проходять через спільну точку O і кожна з яких обов'язково через O_1 або O_2 відповідно).

<u>Рішення</u>. Задаємо точку M. На продовженні лінії MO_1 відкладаємо радіус R_2. $MT = R_2$. З'єднуємо точки T і O_2. Ділимо T O_2 пополам і проводимо перпендикуляр до T O_2 - висоту рівнобедреного трикутника. Цей перпендикуляр перетнеться з продовженням лінії M T в точці O, яка і є центром спряження, а O M = O N=R_c - відшуканий радіус спряження, N- відшукана друга точка спряження.

2. <u>Побудувати внутрішнє спряження двох кіл,</u> коли в умові задачі задані радіуси кіл R_1, R_2, і радіус спряження R_c. Визначити залежність відстані між центрами кіл і кутом α, який складає лінія осі між центрами кіл і нормаль до однієї із точок спряження (на колі R_2).

Як видно із рис.6, радіус спряження R_c буде мінімальним при відстані між центрами кіл $L = O_1O_{21}$. Далі, при зменшенні відстані L (наприклад $L = O_1O_2$) той же радіус спряження не буде мінімальним. Він по відношенню до відстані L поступово зростає. Тобто, якщо проведемо деяке коло з радіусом R_c, то відстань між центрами кіл буде дорівнювати відстані точки O_1 від однієї із точок на ободі кола радіуса R_c - R_2. Для цього можна уявити, що центр кола з радіусом R_2 поступово рухається до кола з радіусом, $R_c - R_1$ із положення O_{21} до положення O_{22}.

Кут $\alpha = \angle MO_2S = \angle KO_2O$. В трикутнику ΔO_1OO_2 OK є висотою.

Тоді із трикутників ΔO_1KO і ΔOKO_2

$L = O_1O_2 = O_1K + KO_2$; $O_1O = R_c - R_1 = \Delta_1$; $OO_2 = R_c - R_2 = \Delta_2$.

$O_1K = O_1O\cos\beta = \Delta_1\cos\beta$ де $\beta = \angle OO_1K$; $KO_2 = OO_2\cos\alpha = \Delta_2\cos\alpha$;

$L = \Delta_1\cos\beta + \Delta_2\cos\alpha$; $\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta}$

$KO = O_1O\sin\beta$; $KO = OO_2\sin\alpha$; $\sin\beta = \dfrac{\Delta_2}{\Delta_1}\sin\alpha$;

$$\cos\beta = \sqrt{1-\frac{\Delta_2^2}{\Delta_1^2}\sin^2\alpha} = \frac{1}{\Delta_1}\sqrt{\Delta_1^2 - \Delta_2^2\sin^2\alpha};$$

$$L = \sqrt{\Delta_1^2 - \Delta_2^2\sin^2\alpha} + \Delta_2\cos\alpha \qquad (2).$$

Визначимо межі зміни відстані L від кута α (2).$180^0 \angle\alpha\angle 0$

При $\alpha = 0$; $\angle = \Delta_1 + \Delta_2 = R_c - R_1 + R_c - R_2 = 2R_c - R_1 - R_2 = O_1O_{21}$

При $\alpha = 180^0$ $\angle = R_2 - R_1 = O_1O_{22}$.

Тобто, маючи значення R_c можна будувати задачі із різними відстанями центрами спряженнях кіл.

Якщо нема потреби викладати цикл задач (вручну чи за допомогою комп'ютерної програми), то графічно ця задача виконується в такій послідовності (рис.2). Проводимо вісь, на якій будуємо коло радіуса R_1 із центром O_1, на осі будуємо кут $AO_1M = \alpha$, із точки дотику M відкладаємо R_c, і визначаємо O. Із O як із центра проводимо дугу радіусом $OO_2 = R_c - R_2$ до перетину із віссю в точці O_2. Тоді $O_1O_2 = L$.

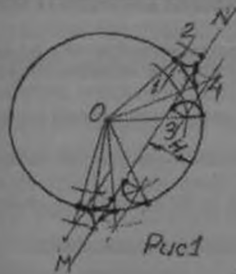
Аналогічні задачі на визначення залежностей між параметрами можна побудувати для зовнішнього і змішаного спряження.

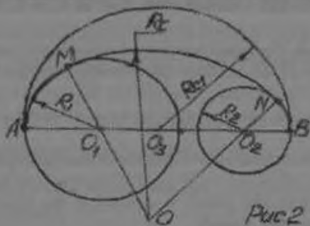
Висновок. При виконанні задач на спряження доцільно орієнтувати студентів на універсальне правило побудувати спряжень і на особливості їх побудови в залежності від розміщення елементів спряжень. Це допоможе виробити в студентів навики правильної побудови спряжень.

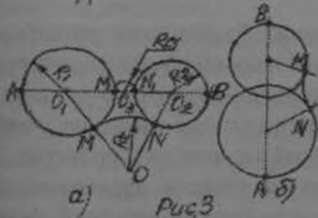
З метою складання задач на спряження для контрольних індивідуальних завдань можна користуватись залежностями між параметрами циркульних спряжень, що дозволить більш раціонально будувати цикли таких задач.

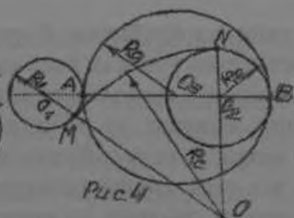
Подальше використання. Універсальне правило побудови спряжень й закономірності між параметрами застосовуються в практиці побудови задач на спряження. У подальшому дослідження і рекомендації можна використовувати як для контролю знань студентів, так і при складанні методичних посібників і робочих програм.

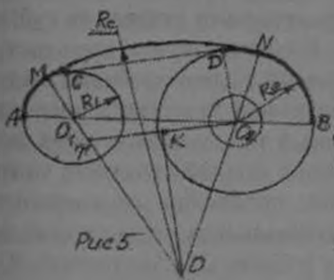
Використання циркульних спряжень можна значно розширити, якщо будь-яку плавну криву зімітувати кривою із циркульними спряженнями (не сукупністю циркульних дуг!) [5]. Параметри такої кривої можна розрахувати по методу, розглянутому, наприклад, в [6].

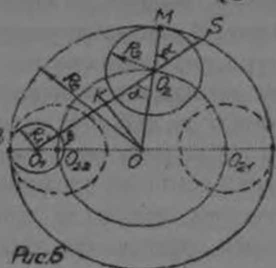












Список використаних джерел

1. *Михайленко В. Е. Инженерная графика / В. Е. Михайленко, А. М. Пономарев. – Киев: Высшая школа, 1990. – 330 с.*
2. *Лагерь А. И. Инженерная графика / А. И. Лагерь, Є. А. Колесникова. - М.: Высшая школа, 1985. – 176 с.*
3. *Кирилов А. Ф. Черчение и рисование / А. Ф. Кирилов. - М.: Высшая школа, 1987. – 352 с.*
4. *Соловьев С. А., Задачник по черчению и перспективе / С. А. Соловьев, Г. В.Буланже, А. К. Шульга. – М.: Высшая школа, 1978. – 368 с.*
5. *Мастіпанова А. В. Прикладні задачі геометричного креслення в декоративному мистецтві / А. В. Мастіпанова // Педагогіка вищої та середньої школи: [зб. наук. праць]: [Спеціальний випуск: Художньо – педагогічна освіта XXI ст.: теорія, методи, технології]. - Кривий Ріг: КДПУ, 2005.- Вип. 10. - С. 160-163.*
6. *Мастіпанова А. В. Визначення і оцінка точності параметрів лінії із циркульними спряженнями / А. В. Мастіпанова // Педагогіка вищої та середньої школи: [зб. наук. праць]: [Спеціальний випуск: Мистецько – педагогічна освіта (теорія, методи, технології)]. - Кривий Ріг: КДПУ, 2006. - Вип. 16. - С. 98-100.*